

## ERABILERA PRAKTIKOAK

Eguneroko bizitzari aurre egiteko, deribatzen eta integratzen jakin behar dugu? Gutako gehienok ez, egia da. Baina une askotan, gu konturatu gabe, gurekin daude, hala nola mendian aldapan gora goazenean, autoaren abiadura azkartzen eta moteltzen dugunean eta/edo horma bat margotzeko behar dugun margo kantitatea aurreikusten dugunean.

Pertsona askok kalkulu diferentzialarekin loturiko arloetan lan egingo ez balute, gure egungo ezagutza ez litzateke posible izango .

Artikulu honetan, deribatuak eta integralek ekonomian, zientzian eta/edo medikuntzan duten eraginkortasuna ikusiko dugu. Gainera, makina-erremintaren industrian, Euskal Herrian hain garrantzitsua den horretan, dituzten erabilera aztertuko ditugu.

Azkenik, Bilboko Guggenheim Museoa eraikitzeke erabili zen teknologia guztiaren atzean kalkulu diferentziala dagoela egiaztatuko dugu.

### DERIBATUEN ERABILERA

Deribatuaren kontzeptua **aldakuntzarekin** erlazionatuta dago, ezinbestean. Funtzio baten deribatuak puntu batean duen aldakuntza tasa adierazten du, eta, beraz, puntu horretan funtzioa gorakorra edo beherakorra den azalduko digu. Ez gorakorrak ez beherakorrak diren puntuetan, maximoak eta minimoak izan ditzakegu. Hala, deribatuaren erabilerekin lotura izango dute kontzeptu horiekin, hau da, **aldaketekin eta optimizazioarekin**.

#### Abiaduraren eta azelerazioaren kalkulua

Esan berri dugu deribatuak aldakuntza adierazten dutela. Horrela, azeleratzen edo balaztatzen ari garenean, abiadura aldatzen ari da; beraz, deribatuaren kontzeptua hor dago: aldiune bateko azelerazioa abiaduraren deribatua da. Eta abiadura bera, ibilitako distantziaren deribatua.



#### Biologian, medikuntzan, farmazian

Biologian, zelulen, birusen, bakterioen eta bestelako organismoen hazkundera eta hedapena aztertzeko, ekuazio diferentzialak (deribatuetan eta integraletan oinarritutako ekuazioak) erabiltzen dira. Azterketa horiei esker, zelula populazioaren dentsitatea denboran nola aldatzen den aurreikus daiteke, eta aurreikuspenak baliagarriak izan daitezke minbiziaren moduko gaixotasunetarako tratamenduak diseinatzeko orduan.

Gainera, medikuntzan diagnostikoak egiteko erabiltzen diren hainbat tresnaren teknologiaren atzean kalkulu diferentziala dago.

Bestalde, sendagaien formulazioak diseinatzeak osagai aktiboen propietate fisiko eta kimikoak manipulatzeko dakar, haien xurgapena eta eraginkortasuna optimizatzeko. Deribatua farmakoaren askapen tasa neurtzeko eta haren askapen profila doitzeko erabil daiteke. Tasa horiek oso garrantzitsuak dira sendagai bat aukeratzeko.

## Finantzetan

Deribatuek erabilera asko dituzte finantzetan, funtzioen optimizazioan garrantzitsuak direlako. Adibidez, burtsako inbertsioen aldakuntza tasak deribatuen bidez lortzen dira. Arriskuen kudeaketan ere erabiltzen dira, interes tasen aldaketek aktibo batean edo aktibo zorro batean izan dezaketen eragina neurtzeko eta, horrela, galera arriskua minimizatzeko estrategiak diseinatzeko.



## Industrian

Euskal Herrian hain gurea dugun makina-erremintaren industrian, deribatuek zeregin garrantzitsua betetzen dute, gehienbat produktuen eta prozesuen fabrikazioan eta diseinuan.

Izan ere, industriarako makinaren piezak egiterakoan kontuan izan beharreko aldagaien artean, tolerantzia eta zehaztasuna ditugu, biak ere deribatuen bitartez aztertzen direnak.

Badakigu deribatuen erabilera nagusietako bat optimizazioa dela. Industrian, prozesuen optimizazioak izugarriko garrantzia du, kostuak minimizatzeko batera produktibitatea handitzea baita helburu nagusia. Deribatuak aldagai jakin batzuen aldakuntza tasa neurtzeko erabiltzen dira, hala nola tenperatura edo ebaketa abiadura. Horri esker, fabrikatzaileek prozesuaren parametroak doitu ahal izango dituzte, eraginkortasuna maximizatzeko eta kostuak minimizatzeko.

identifikatzeko erabil daitezke. Piezaren zenbait ezaugarrien aldakuntza tasa neurtzean, fabrikatzaileek fabrikazio prozesuan arazoren bat adierazten duten higadura edo deformazio ereduak antzeman ditzakete.



Azkenik, akatsen analisia dago: deribatuak piezetako akatsen azpiko kausak

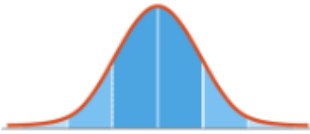
## INTEGRALAREN ERABILERA

Integrala denboran edo espazioan aldatzen den zerbaiten **kantitate osoa edo metatua** kalkulatzeko erabiltzen den tresna matematikoa da. "**Batuketa jarraitua**" dela pentsa dezakegu, kopuru txikien batuketak eginez kopuru osoa lortzea ahalbideratzen baitu. Hori dela eta, erabilera guztiek batuketaren kontzeptuarekin zerikusia izango dute.

### Azaleren eta bolumenen kalkulua

Hauxe dugu integralen erabilera nagusietakoa. Zenbait objektuen bolumena edo azalera kalkulatzeko orduan, poligono erregularak ez diren kasuetan integralak erabil daitezke.

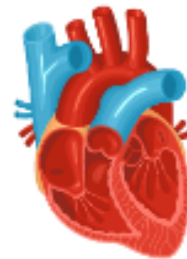
### Probabilitateen kalkulua



Estatistikaren arloan, integralak hainbat gertaera jarraituen probabilitateak kalkulatzeko erabiltzen dira. Adibidez, COVID izurritearen lehen uneetan, osasun zerbitzuek gainezka egiteko probabilitatea banaketa kurba baten azpiko azalera kalkulatu aztertuz zen, eta kalkulu hori integralen bidez egin zen.

### Medikuntza arloko erabilera

Integralek bolumenak kalkulatzeko balio dutenez, medikuntzan hainbat eremutan erabiltzen dira; besteak beste, hiru dimentsioko objektuen bolumena neurtzeko, tumoreena, adibidez. Halako bolumenak ezagutzea oso garrantzitsua da tratamendu zehatza ezartzeko. Ildo berean, gorputzeko egiturak aztertzeko eta neurtzeko balio dute, hala nola odol fluxua eta/edo hezur dentsitatea.



### Finantzatan

Lehen esan bezala integralak probabilitateak kalkulatzeko erabiltzen direnez, haien bidez kalkulatu da inbertsio batek errendimendu jakin bat izateko probabilitate, baita merkatuak astinduko dituen gertaera bat gertatzeko probabilitatea ere.

Enpresetan, berriz, integralak produkzio metatuaren kalkuluan izango dira, batuketaren kontzeptuarekin duten lotura dela eta.

## Industrian



Deribatuen kasuan bezala, integralak industria arloko hainbat eremutan erabiltzen dira. Hemen, adibide batzuk bakarrik jarriko ditugu.

Lehenik eta behin, integrala produktuak fabrikatzeko prozesuen diseinuan erabiltzen da. Esate baterako, pieza jakin bat egiteko beharrezko material kopurua kalkulatzeko erabil daiteke, eta horrek prozesuaren eraginkortasuna zehazten laguntzen du.

Piezen eta makineriaren ekoizpenean kalitate kontrola egiteko ere erabiltzen da integrala. Izan ere, haren bidez piezen kalitatea neur daiteke, piezen tamainaren eta formaren aldaketa neurtuta, piezaren azalera edo bolumena integrala erabiliz kalkulatu.

Azkenik, enpresa baten produkzio osoa edo metatua kalkulatzeko ere integralak erabiltzen dira.

### DERIBATUEN ETA INTEGRALEN ERABILERA GUGGENHEIM MUSEOAREN ERAIKUNTZAN

Bilboko Guggenheim Museoa, Frank Gehryk diseinatua, adibide bikaina da arkitektura deribatuekin eta integralekin nola lotzen den ikusteko.

Eraikinaren diseinu arkitektonikoa kurba eta forma konplexuetan oinarritzen da, zeinak matematikoki ekuazio diferentzialen eta kalkulu bektorialaren bidez deskriba daitezkeen. Hain zuzen, Frank Gehry arkitektoak 3D modelatzeko softwarea eta teknika matematiko aurreratuak erabili zituen eraikina diseinatzeko eta eraikitzeko beharrezko planoak eta zehaztapenak sortzeko.

Integralak eraikin osoaren azalera kalkulatzeko erabili ziren, eta Gehryk eraikina egiteko behar izango zituen material guztien kalkulua ahalbidetu zuten. Adibidez, kanpoko titaniozko plaka guztien azalera kalkulatu, beharrezkoa izango zen titanio kantitate osoa kalkulatu zen. Ildo horretan, eraikineko habeen bolumena erabiliko zen hormigoi kantitatea aurreikusteko kalkulatu zen. Material horien guztien kostuak ahalik eta txikiak izateko kalkuluak deribatuen bidez egin ziren.



Horrez gain, integralak eguneko eta urteko une desberdinetan eraikinean sartzen den argi natural kantitatea kalkulatzeko erabili ziren. Gehryk eraikinaren egitura diseinatu zuenean, argi naturala eguneko une desberdinetan eraikineko hainbat lekutan sartzea lortu zuen, eta horrek argi eta itzal efektu ikaragarria sortzen du.

Amaitzeko, eta ondorio gisa, hemen deribatuen eta integralen erabileraren adibide gutxi batzuk besterik ez dugu aipatu, baina hainbat alorretan duten izugarrizko garrantziaz ohartuko zinetela espero dugu.